


DER BLICK IN DIE ZUKUNFT: LEBENS- DAUERBERECHNUNG BEIM KEGELRAD

A man with grey hair and a beard, wearing a light blue button-down shirt, is looking intently at a computer monitor. The monitor displays a software interface with several charts and graphs. On the left, there are five colorful contour plots showing stress distributions. In the center, there is a bar chart titled 'Max. Pressure (MPa)' with a y-axis from 0 to 1000 and an x-axis labeled 'Load case' with categories 1 through 6. Below it is another bar chart titled 'Max. Tooth root stress (MPa)' with a y-axis from 0 to 700 and an x-axis labeled 'Load case' with categories 1 through 6. The man's hands are visible at the bottom, typing on a keyboard.

Zahlreiche Anforderungen und scheinbar gegensätzliche Zielsetzungen gilt es bei der Auslegung von Kegelrädern unter einen Hut zu bringen: Minimaler Bauraum und eine größtmögliche Tragfähigkeit sind ebenso gefordert wie eine Geräuschminderung im Getriebe und eine günstige Herstellbarkeit auf den Maschinen in der Produktion. Eine Frage wird dabei selten gestellt: Wie ist es um die Betriebsfestigkeit des Zahnrads bestellt? Aber auch hierzu liefert das Softwarepaket KIMoS von Klingelnberg Antworten.

Wenn die maximale Belastung auf einem Zahn nicht die Belastungsgrenzen des Werkstoffs überschreitet, kehrt der Zahn wieder in seinen Anfangszustand zurück, nachdem die Last nicht mehr anliegt. Diese Annahme ist für mehrere Hundert Belastungen zu treffend. Sprechen wir jedoch von mehreren Millionen Belastungen, dann treten Schäden an der Verzahnung bereits weit unter den statischen Belastungsgrenzen des Werkstoffs auf. Dieses Phänomen wird als Ermüdung bezeichnet.

Aus der Literatur sind die unterschiedlichsten Zahnradschäden bekannt. In dem Buch „Maschinenelemente“^[1] von Gustav Niemann und Hans Winter werden sie klassifiziert und dargestellt. Abbildung 1 zeigt die Grenzlinien, bei denen in Abhängigkeit von der Gleitgeschwindigkeit und dem anliegenden Drehmoment die jeweiligen Zahnschäden auftreten. Die Lage der Grenzlinien für Verschleiß, Graufleckigkeit und Fressen können durch die Rauheitskennwerte der Zahnflanke sowie durch Schmierbedingungen und Profilverschiebung weiter verschoben werden. Allerdings ist es kaum möglich, statistisch gut abgesicherte Erkenntnisse für eine Lebensdauerberechnung zu erhalten.

Ursachenforschung

Um die durch die Materialermüdung begrenzte Lebensdauer rechnerisch bestimmen zu können, muss man sich mit jenen Zahnschäden befassen, die tatsächlich auf Materialermüdung zurückzuführen sind. So lässt beispielsweise ein Fressschaden nicht auf Materialermüdung, sondern auf mangelnde Schmierung zwischen den Zahnflanken schließen. Ein noch unklares Bild zeigt sich beim Zahnflankenbruch. Er ist ein Ermüdungsschaden, der noch nicht eindeutig zu erklären ist. Derzeit geht man davon aus, dass an einer Stelle unterhalb der Oberfläche, wo

die Spannung ein Maximum erreicht, ein kleiner Werkstoffdefekt vorliegt, an dem sich ein initialer Riss ausbildet. Dieser Riss schreitet dann fort, bis er die gegenüberliegende Seite des Zahns erreicht und der Zahn sichelförmig ausbricht. Statistisch nicht erfassbare Einflüsse aus der Reinheit des Werkstoffes und der Wärmebehandlung verhindern hier die Berechnung der Lebensdauer eines Zahnrades.

Zahnbrüche und Grübchenschäden

Typische Zahnradschäden durch Materialermüdung sind Zahnbrüche und Grübchenschäden, wie sie in den Abbildungen 2 und 3 dargestellt sind. Beim Zahnbruch übersteigt die örtliche Zahnfußspannung die Dauerfestigkeit des Werkstoffs. Das Maximum der Zahnfußspannung liegt in der Nähe der 30-Grad-Tangente der Zahnfußausrundung. Ein kleiner initialer Riss an dieser Stelle breitet sich weiter aus, bis schließlich der ganze Zahn vom Radkörper abbricht. Dies ist in Abbildung 2 deutlich zu erkennen.

Grübchenschäden sind auf die Pressung der Flanken im Zahnkontakt zurückzuführen. Durch die Pressung ermüdet die harte Oberfläche der Zahnflanke. Es bilden sich Mikrorisse, in die beim Überrollen Schmierstoff hineingepresst wird. Durch den plötzlichen Druckanstieg werden kleine Partikel herausgesprengt. Je weiter dieser Schaden fortschreitet, desto schlechter wird das Laufverhalten der Verzahnung, da ein gleichmäßiger Zahnkontakt nach und nach zerstört wird. Abbildung 3 zeigt einen solchen Grübchenschaden. Bei dem dort dargestellten Ausmaß bleibt das Getriebe noch weiter funktionsfähig. Bei zunehmendem Schaden wird schließlich der ganze Zahn von den Ausbröckelungen befallen sein. Aufgrund der fehlenden Härteschicht und der Unterbrechung des Schmierfilms kommt es dann zu Fressen und zum Zahnbruch.

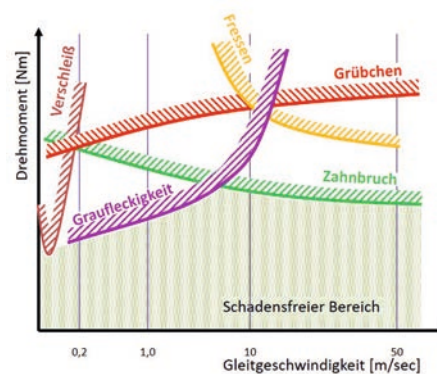


Abb. 1: Mögliche Zahnradschäden



Abb. 2: Zahnbruchscharakter

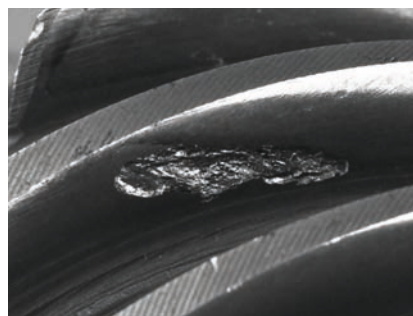


Abb. 3: Grübchenschaden

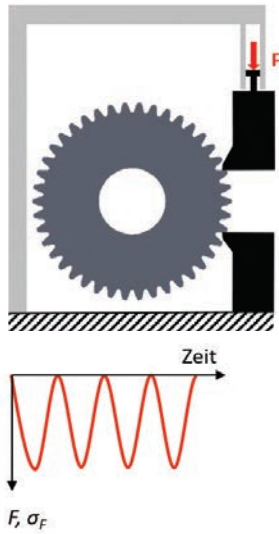


Abb. 4: Pulsatorprüfstand

Zahnfußtragfähigkeit ermitteln

Wie gelangt man nun an die durch Materialermüdung begrenzten Festigkeitswerte eines Zahnradwerkstoffes? Dazu werden praktische Versuche durchgeführt, die statistisch abzusichern sind. Einer dieser Versuche ist die Ermittlung der Zahnfußtragfähigkeit. Abbildung 4 zeigt schematisch einen Pulsatorprüfstand. Ein Zahnrad wird auf einem meist hydraulischen Prüfstand zwischen zwei Backen eingespannt. Dabei steht eine Backe fest und misst mithilfe einer Kraftmessdose die eingeleiteten Kräfte. Die andere Backe führt eine pulsierende Bewegung aus, wodurch der Zahnfuß zyklisch belastet wird. Mithilfe eines Simulationsprogramms wird aus der eingeleiteten Kraft die Zahnfußspannung berechnet.

Diese Pulsatorversuche werden mit vielen unterschiedlichen Kraftniveaus stets bis zum Bruch des Zahnes durchgeführt. Das Ergebnis ist interessant: Bei sehr hohen Fußspannungen, die nahe der statischen Belastungsgrenze des Werkstoffes liegen,

bricht der Zahn nach wenigen Lastwechseln. Je kleiner die Fußspannungen werden, desto mehr Lastwechsel hält das Zahnrad bis zum Zahnbruch aus. Wenn die Fußspannung ein bestimmtes Niveau unterschreitet, tritt selbst nach mehreren Millionen Lastwechseln kein Zahnbruch mehr auf.

Die Grundlagen und Auswertungen dieser Untersuchungen gehen auf August Wöhler zurück, der bereits im 19. Jahrhundert die Ursache für Brüche an Eisenbahnachsen untersuchte. Abbildung 5 zeigt das Ergebnis einer langen Versuchsreihe auf dem Pulsatorprüfstand. Jeder rot oder grün markierte Punkt ist ein Versuchsauslauf. Die rot markierten Punkte stehen für ein Versuchsende durch Zahnbruch und die grün markierten Punkte für ein Ende nach Erreichen einer bestimmten Anzahl an Lastwechseln ohne Zahnbruch. Je nach Reinheit des Werkstoffes und der Qualität der Wärmebehandlung streuen die Punkte für ein Lastniveau mehr oder weniger breit.

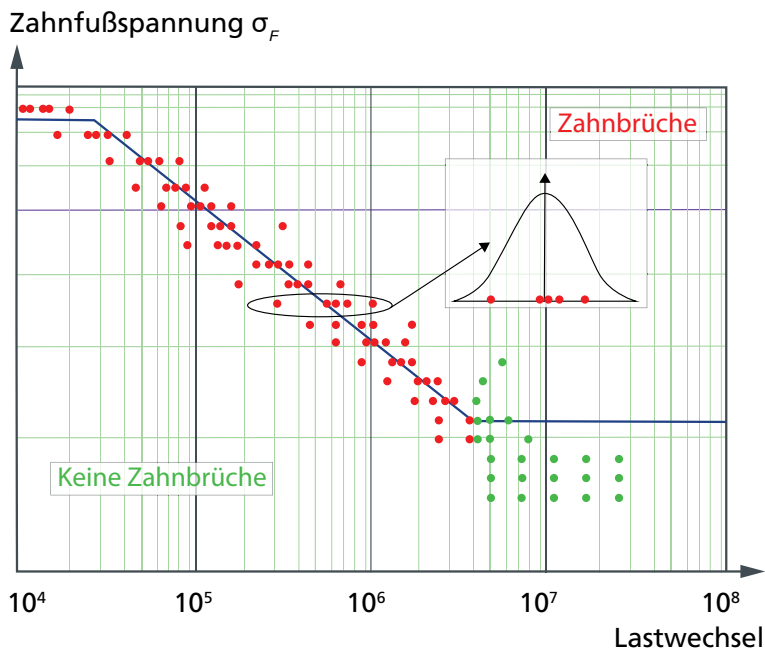


Abb. 5: Ergebnisse einer Versuchsreihe zu Zahnbrüchen auf dem Pulsatorprüfstand

Kurzzeit-, Zeit- und Dauerfestigkeit: die Wöhlerkurve

Man kann bei dieser doppelt-logarithmischen Darstellung in Abbildung 5 drei Bereiche der sogenannten Wöhlerkurve unterscheiden. Der erste Bereich nennt sich Kurzzeitfestigkeit. Hier verträgt das Zahnrad sehr hohe Lasten über nur wenige Lastwechsel. Es schließt sich der Bereich der Zeitfestigkeit an, in welchem die Anzahl ertragbarer Lastwechsel mit abnehmender Belastung zunimmt. Wenn bei sehr vielen Lastwechseln kein Schaden auftritt, spricht man von Dauerfestigkeit, dem dritten Abschnitt der Wöhlerkurve. Diese lediglich statistisch abgesicherte Dreiteilung der Wöhlerkurve führt im Bereich der Zeitfestigkeit zu folgender Formel:

$$N = N_{\text{lim}} \cdot \left(\frac{\sigma_{\text{lim}}}{\sigma} \right)^q \Leftrightarrow \log \frac{N}{N_{\text{lim}}} = q \log \left(\frac{\sigma_{\text{lim}}}{\sigma} \right)$$

Man erkennt, dass beim Logarithmieren der Gleichung die Spannung σ über der Anzahl der Lastwechsel N eine Gerade in einem doppelt logarithmischen Koordinatensystem bildet. Die Werte σ_{lim} und N_{lim} entsprechen dem Übergang der Wöhlerkurve von der Zeitfestigkeit in die Dauerfestigkeit. Unter dieser Annahme kann man mit sehr wenigen Pulsatorversuchen die Parameter q , σ_{lim} und N_{lim} der Wöhlerkurve für einen Werkstoff ermitteln.

Wöhlerkurve für Grübchenschäden

Die Vorhersage des Versagenverhaltens lässt sich bei Zahnrädern, die über einen dauerfesten Bereich verfügen, auf alle Schadensformen anwenden. Neben dem Zahnbruch lässt sich auch für Grübchenschäden eine Wöhlerkurve erstellen. Der Prüfstands Aufbau, der in Abbildung 6 skizziert wird, ist meist ein Verspannungsprüfstand, in dem zwei gegeneinander verspannte Zahnräder rotieren. Das aufgebrachte Vorspannmoment wird mithilfe eines Rechenprogramms in eine Hertzische Pressung umgerechnet. Der Versuchsablauf ist der zuvor beschriebenen Pulsatorprüfung sehr ähnlich, der Versuch wird allerdings schon bei einer gewissen Größe der Grübchen abgebrochen und nicht erst bei völligem Versagen des Zahnradpaares.

Die Ergebnisse lassen sich wieder in Form einer Wöhlerkurve darstellen (siehe Abbildung 7). Auch hier ist es möglich, mit wenigen Versuchspunkten die Parameter der Wöhlerkurve für den zeitfesten Bereich zu ermitteln. So kann konkret berechnet werden, wie lange es dauert, bis ein Zahnrad einen Zahnfußbruch oder Grübchenschäden bei einer vorgegebenen Last erleidet.

Die Vorhersage des Versagenverhaltens lässt sich bei Zahnrädern, die über einen dauerfesten Bereich verfügen, auf alle Schadensformen anwenden.

In der Praxis liegen jedoch zeitlich veränderliche Lasten an einem Getriebe an. Bei stationären Getrieben sind das unter Umständen nur sehr wenige Lastfälle, aber insbesondere bei Fahrzeuggetrieben liegen viele unterschiedliche Belastungszustände vor.

Es gibt unterschiedliche Zählmethoden, um aus dem zeitlichen Verlauf des Drehmomentes für eine Zahnradpaarung ein diskretes Lastkollektiv zu ermitteln, beispielsweise die Rainflow-Methode, welche zeitabhängige zyklische Lasten in diskrete Lastkollektive überführt.

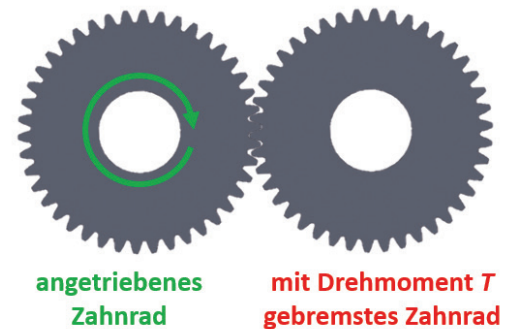


Abb. 6: Rotieren zweier gegeneinander verspannter Zahnräder

Hertzische Pressung σ_H

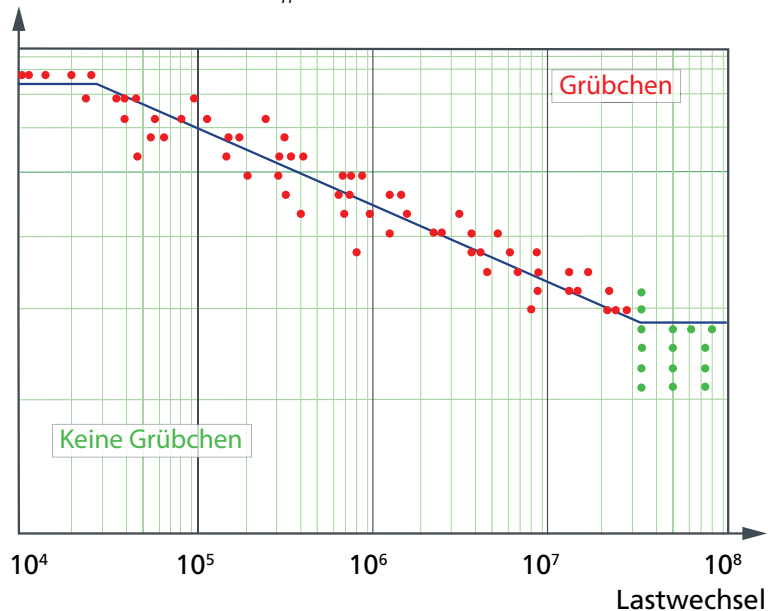


Abb. 7: Ergebnis einer Versuchsreihe zu Grübchen auf dem Pulsatorprüfstand

Kumulative Schadenshypothese zur Lebensdauerberechnung

Wie gelingt es nun, mithilfe einer Wöhlerkurve und einem vorhandenen Lastkollektiv die Lebensdauer eines Zahnradpaares zu berechnen? Dabei hilft die kumulative Schadenshypothese von Miner und Palmgren weiter.

Abbildung 8 zeigt eine Belastung mit drei Laststufen. Jeder Lastfall i des Lastkollektivs wird durch seine Anzahl an Lastwechseln N_i und seine zugehörige Beanspruchung σ_i beschrieben. Aus der Wöhlerkurve entnimmt man die Anzahl maximal erträglicher Lastwechsel N_{fi} für die Beanspruchung σ_i und berechnet daraus eine Teilschädigung $D_i = N_i / N_{fi}$. Da die Last des Lastfalls 3 im Bereich der Dauerfestigkeit liegt, hat dieser Lastfall keine Teilschädigung. Alle Teilschädigungen werden zur Gesamtschädigung D addiert. Ist die Gesamtschädigung $D \geq 1$,

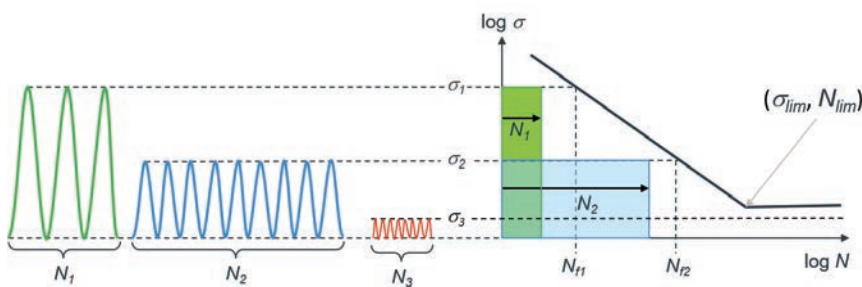


Abb. 8: Lastfälle und Schädigungsanteile

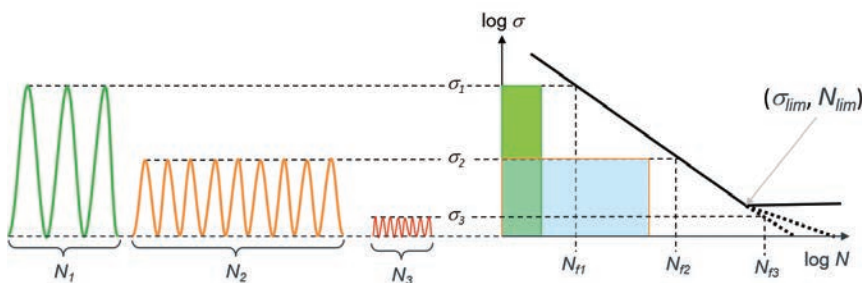


Abb. 9: Lastfall unterhalb der Dauerfestigkeit mit Schädigungsanteil

tritt wahrscheinlich ein Schaden auf, ist $D < 1$, tritt wahrscheinlich kein Schaden auf. Die Sicherheit dieser Aussage hängt davon ab, ob sich der reale Werkstoff mehr oder weniger gut durch die Wöhlerkurve beschreiben lässt. Bei großen Streuungen der Werkstoffeigenschaften ist die Sicherheit dieser Aussage nur sehr gering.

Ermüdungserscheinungen auch im Bereich der Dauerfestigkeit

Der Formel folgend müssten alle Belastungen, deren zugehörige Beanspruchungen unterhalb von σ_{lim} liegen, keinen Einfluss auf die Gesamtschädigungssumme D haben. Die praktische Erfahrung mit Zahnradschäden zeigt hier leider ein anderes Verhalten. Offenbar rufen auch Belastungen unterhalb der Dauerfestigkeit im Zusammenspiel mit höheren Beanspruchungen Ermüdungserscheinungen im Werkstoff hervor. Um diesem Phänomen gerecht zu werden, wurde der dritte Abschnitt der Wöhlerkurve so angepasst, dass man den in der Praxis vorliegenden Fällen rechnerisch näher kommt. Dazu verläuft die Wöhlerkurve ab dem Punkt (σ_{lim}, N_{lim}) nicht mehr horizontal, sondern abfallend, wie es in Abbildung 9 gezeigt wird. Beim Ansatz der elementaren Form der Miner-Regel wird dafür der Steigungskoeffizient $q' = q$ genommen. Bei der von Haibach modifizierten Miner-Regel wird der Steigungskoeffizient $q' = (2q-1)$ verwendet.

Man erkennt an diesen doch sehr empirischen Modifikationen, dass die Berechnung der Betriebsfestigkeit noch nicht ausreichend genau die Lebensdauer eines Zahnradpaares vorhersagen kann. Eine konservative Aussage erhält man auf jeden Fall, wenn man den Ansatz Miner-Elementar anwendet.

Bestimmung der Lebensdauer

Mit den Erkenntnissen über die Gesamtschädigung D lässt sich nun die Lebensdauer berechnen. Auch hier spielen Erfahrungswerte eine entscheidende Rolle. Man nimmt an, dass das Lebensdauerende bei einer Gesamtschädigung $D_{0,85} = 0,85$ für Grübchen und bei $D_{0,3} = 0,3$ für Zahnbruch erreicht ist. Aus den Drehzahlen der Stufen des Lastkollektivs und der zugehörigen Betriebszeit lässt sich die jeweilige Anzahl der Lastwechsel berechnen. Die bis zur Gesamtschädigung $D_{0,85}$ zulässigen Lastwechsel N_{life} ergeben sich dann als $N_{life} = (\sum N_i) \cdot D_{0,85} / D$. Mit der Drehzahl des Zahnrades lässt sich nun einfach die Lebensdauer in Stunden ermitteln.

Besonderheiten beim Kegelrad

Bei all den vielen Annahmen und Näherungen bei den Wöhlerkurven und der kumulativen Schädigungshypothese muss man bei Kegelradsätzen einen weiteren Effekt berücksichtigen. Jede Laststufe weist eine andere lastbedingte Verlagerung des Ritzels zum Tellerrad auf. Die Verlagerungen werden in Richtung des Achsversatzes, in axialen Richtungen der Ritzel- und Tellerradachse sowie als Abweichung vom Achswinkel angegeben. Je nach Ease-Off-Gestaltung des Radsatz-

zes werden für jeden Lastfall unterschiedliche Flankenbereiche beansprucht. Um diesen für Kegelräder typischen Effekt zu berücksichtigen, dürfen nicht nur die Maximalwerte der Beanspruchung unabhängig von ihrer Lage betrachtet werden, vielmehr braucht es einen lokalen Ansatz auf der Flanke.

Abbildung 10 zeigt auf der linken Seite die Pressungsverteilung für sechs Lastfälle. Auf der rechten Seite ist die Zahnflanke sichtbar, die aus einzelnen Kacheln besteht. Für den ersten Lastfall erfolgt nun die Pressungsverteilung auf die einzelnen Kacheln. Somit wird jede Kachel mit einer individuellen Pressung belastet, die zu einer individuellen Teilschädigung führt. Die Gesamtschädigung einer Kachel ist dann wieder die Summe der Teilschädigungen aus jedem einzelnen Lastfall.

Ease-Off-Topographie zur Lebensdauerberechnung

Im Folgenden wird an einem Beispiel mit zwei unterschiedlichen Ease-Off-Topographien die Lebensdauerberechnung für Zahnbruch und Grübchen aufgezeigt.

Die dazugehörigen Lasttragbilder auf der Tellerradflanke und die Werte der Hertzschen Pressung und der Zahnfußspannung zeigt Abbildung 12. Die größte Pressung weist der Lastfall 1 mit 1.198 MPa auf. An den Lasttragbildern ist

Kompakt

KIMoS

Das Softwarepaket KIMoS (Klingenberg Integrated Manufacturing of Spiral Bevel Gears) unterstützt alle Schritte innerhalb der Kegelradverzahnungsauslegung und -optimierung. KIMoS bietet eine schnelle und genaue Analyse von Versuchs- und Fertigungsergebnissen sowie von Verzahnungsschäden.

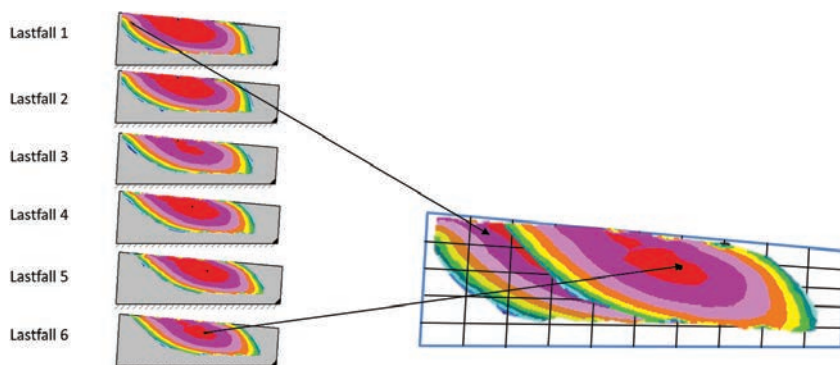


Abb. 10: Lokale Ermittlung der Schädigungssumme

GEGÜBERSTELLUNG ZWEIER EASE-OFF-TOPOGRAPHIEN MIT UNTERSCHIEDLICHEM VERLAGERUNGSVERHALTEN

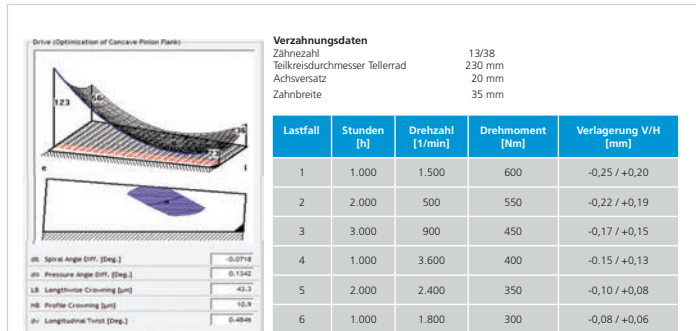


Abb. 11: Standard Ease-Off-Gestaltung und Lastkollektiv



Abb. 14: Optimierte Ease-Off-Gestaltung und Lastkollektiv

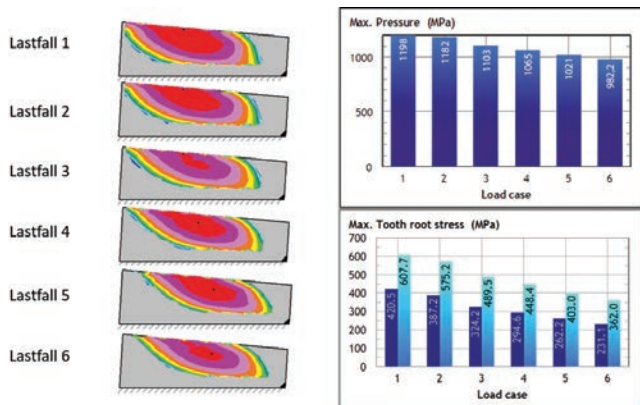


Abb. 12: Lasttragbilder und Beanspruchungen für Standard Ease-Off

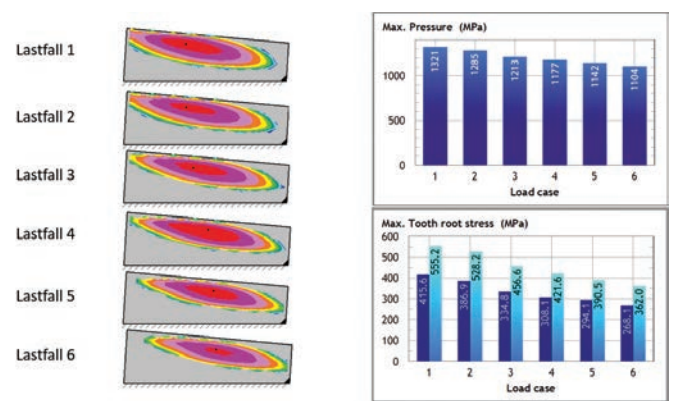


Abb. 15: Lasttragbilder und Beanspruchungen für optimierten Ease-Off

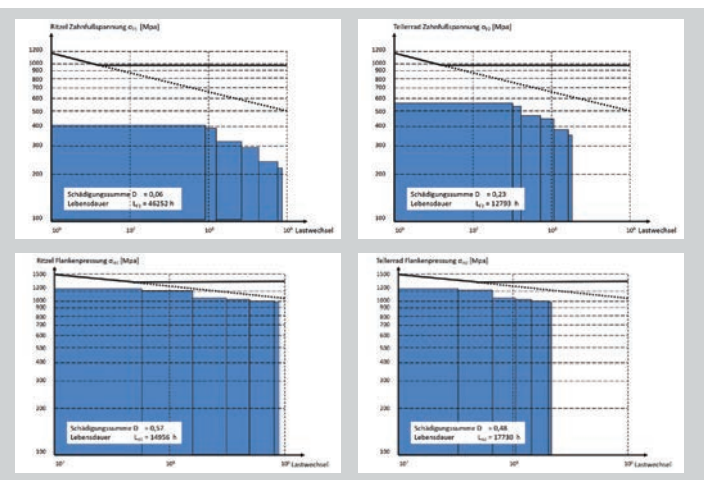
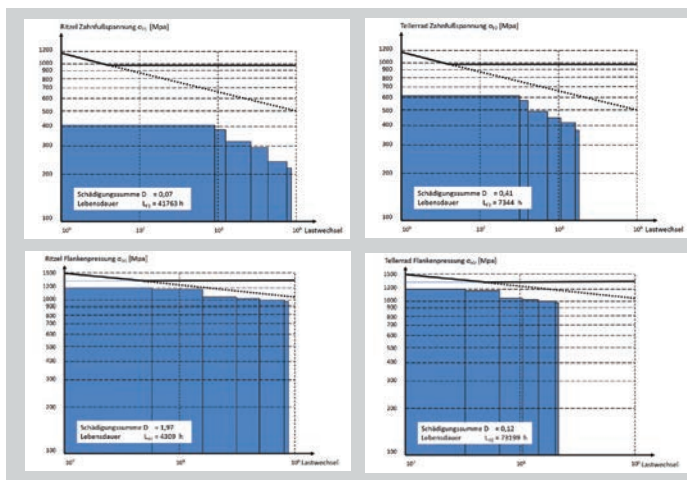


Abb. 13: Lebensdauerberechnung mit Standard Ease-Off-Gestaltung

Abb. 16: Lebensdauerberechnung mit optimierter Ease-Off-Gestaltung

zu erkennen, dass sich das Tragbild mit zunehmendem Drehmoment Richtung Ferse-Kopf am Tellerrad verlagert. Die größte Zahnfußspannung liegt ebenfalls bei Lastfall 1 vor, hier wird der Tellerradfuß mit 607,7 MPa belastet.

Die ermittelten Lebensdauern zeigt Abbildung 13. Die Gesamtschädigung des Zahnfußes liegt bei 0,07 beim Ritzel und bei 0,41 beim Tellerrad. Dieses Verhältnis entspricht auch den stark unterschiedlichen Zahnfußspannungen. Die Gesamtschädigung der Ritzelflanke liegt bei 1,97 und wird sehr wahrscheinlich mit einem Grübchenschaden am Ritzel ausfallen. Somit wird die Gesamtlevensdauer im Lastkollektiv von 10.000 Stunden nicht erreicht, die Vorhersage liegt bei 4.309 Stunden.

Wenn man die Ease-Off-Topographie so verändert, dass sich das Verlagerungsverhalten ändert, wird sich auch die Lebensdauer erheblich verbessern. Abbildung 14 zeigt die gleiche Verzahnung mit einer anderen Ease-Off-Gestaltung. Das Lastkollektiv und die Verlagerungen sind gleich geblieben.

Abbildung 15 zeigt die Lasttragbilder. Man kann sehr deutlich das andere Verlagerungsverhalten erkennen. Das Tragbildwandern ist stärker ausgeprägt, sodass insgesamt mehr Kacheln beansprucht werden. Die maximale Hertzsche Pressung für den Lastfall 1 liegt mit 1.321 MPa zehn Prozent über dem anderen Beispiel.

Dennoch ist eine höhere Lebensdauer hinsichtlich Grübchen am Ritzel zu erwarten, was sich auch in der Berechnung bestätigt. Statt der ursprünglichen 4.309 Stunden weist die Berechnung hier einen Wert von 12.128 Stunden bei einer Gesamtschädigung von 0,70 aus. Die Einhaltung der geforderten Betriebsdauer konnte durch eine Änderung der Mikrogeometrie erreicht werden, ohne den Bauraum oder die Kosten zu erhöhen.

Mit der in KIMoS implementierten Lebensdauervorhersage für einen Kegelradsatz können wichtige Aussagen getroffen werden.

Fazit

Obwohl die Wöhlerkurven das tatsächliche Werkstoffverhalten nur grob beschreiben und die kumulative Schadenshypothese nach Miner-Palmgren eine sehr konservative Abschätzung liefert, können mit der in KIMoS (Klingelberg Integrated Manufacturing of Spiral Bevel Gears) implementierten Lebensdauervorhersage wichtige Aussagen für einen Kegelradsatz getroffen werden. Insbesondere der lokale Ansatz, der die Schädigung lokal auf der Flanke ermittelt, ist wegen des Verlagerungsverhaltens einer Kegelradverzahnung ein wichtiges Berechnungsverfahren für die Praxis. ◆

Literatur:

[1] Gustav Niemann, Hans Winter, Maschinenelemente Band 2, Springer Verlag, Berlin, 1986



Dr.-Ing. Hartmuth Müller

Head of Technology & Innovation,
KLINGELBERG GmbH